

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ อนุกรมอนันต์

เรื่อง ผลบวกอนุกรมอนันต์

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

หาผลบวกของอนุกรมอนันต์

สาระสำคัญ

บทนิยาม 7

กำหนดอนุกรมอนันต์ $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$ ให้ $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ เป็นลำดับของผลบวกย่อยของอนุกรมนี้

ถ้าลำดับ S_n เป็นลำดับลู่เข้า โดย $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ เมื่อ S เป็นจำนวนจริง

แล้วจะกล่าวว่าอนุกรม $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$ เป็น อนุกรมลู่เข้า (convergent series) และเรียก S ว่าผลบวกของอนุกรม

ถ้าลำดับ S_n เป็นลำดับลู่ออก จะกล่าวว่าอนุกรม $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$ เป็น อนุกรมลู่ออก (divergent series)

ทฤษฎีบท 6 กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตมี a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วม

ถ้า $|r| < 1$ แล้ว อนุกรมนี้จะเป็นอนุกรมลู่เข้าและผลบวกของอนุกรมเท่ากับ $\frac{a_1}{1-r}$

ถ้า $|r| \geq 1$ แล้ว อนุกรมนี้จะเป็นอนุกรมลู่ออก

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาผลบวกของอนุกรมอนันต์

สาระการเรียนรู้

ผลบวกของอนุกรมอนันต์

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเรื่องลิมิตของลำดับจากนั้นครูสนทนากับนักเรียนถึงการหาผลบวกอนุกรมอนันต์ว่าสามารถหาได้หรือไม่ และครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของอนุกรมอนันต์ได้

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 2 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)

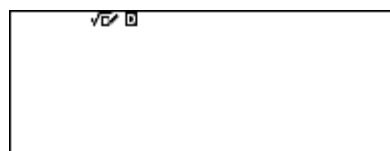
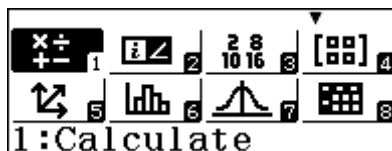
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้

- จากใบกิจกรรมข้อที่ 1 มีแนวการหาผลบวกของอนุกรมย่อยดังนี้

$$\text{กำหนดอนุกรมเรขาคณิต} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาผลบวกของอนุกรมย่อยดังนี้

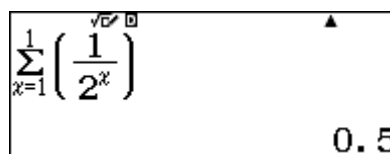
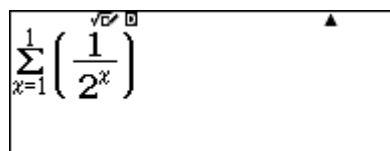
- 1) ใช้ MENU 1 : Calculate



- 2) ป้อนสัญลักษณ์แทนการบวกดังนี้

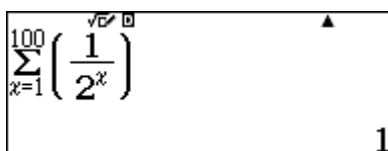
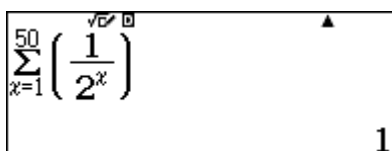
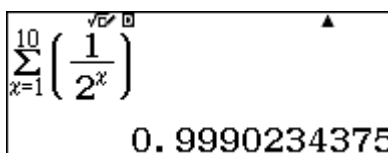
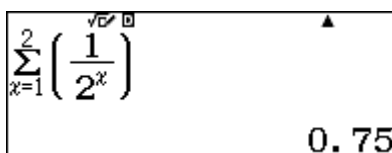
SHIFT **[X]** **[=]** **1** **[v]** **2** **[X]** **[X]** **[v]**

1 **[v]** **1** **[=]** **S/D**



- 3) จะได้ $S_1 = 0.5$

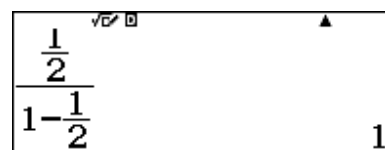
- 4) จากนั้นหาค่าของ S_2 , S_{10} , S_{50} และ S_{100} จะได้ดังนี้



- 5) หาค่าของ $\frac{a_1}{1-r}$ โดยแทนค่า $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{2}$

กตดังนี้

[=] **[=]** **1** **[v]** **2** **[v]** **1** **[=]** **[=]**
1 **[v]** **2** **[=]**



- 6) นักเรียนจะสรุปได้ว่า อนุกรมอนันต์ที่กำหนดเป็นอนุกรมลู่เข้าที่ผลบวกเท่ากับ $\frac{a_1}{1-r}$

4. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมข้อ 2 – 6 โดยมีแนวการทำเช่นเดียวกับข้อ 1
5. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมครบทั้ง 6 ข้อจะสามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า
อนุกรมเรขาคณิตที่มี a_1 เป็นพจน์แรกและ r เป็นอัตราส่วนร่วม
ถ้า $|r| < 1$ แล้ว อนุกรมนี้จะเป็นอนุกรมลู่เข้าและผลบวกของอนุกรมเท่ากับ $\frac{a_1}{1-r}$
ถ้า $|r| \geq 1$ แล้ว อนุกรมนี้จะเป็นอนุกรมลู่ออก
(ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 (ขั้นการฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องผลบวกอนุกรมอนันต์
3. แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่องผลบวกอนุกรมอนันต์

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง ผลบวกอนุกรมอนันต์

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- 1) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{50} = \dots$$

$$S_{100} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

- 2) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $-\frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^n + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{20} = \dots$$

$$S_{100} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

3) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots + \frac{3}{10^n} + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{20} = \dots$$

$$S_{50} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

4) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $1 + 1 + 1 + \dots + 1^n + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_1 = \dots$$

$$S_2 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{20} = \dots$$

$$S_{100} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

5) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $\frac{5}{4} + \frac{25}{16} + \frac{125}{64} + \dots + \left(\frac{5}{4}\right)^n + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_2 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{20} = \dots$$

$$S_{30} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

6) กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $-\frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + \dots + \left(-\frac{3}{2}\right)^n + \dots$ จงหาค่าต่อไปนี้และตอบคำถาม

$$S_5 = \dots$$

$$S_{10} = \dots$$

$$S_{25} = \dots$$

$$S_{30} = \dots$$

$$\frac{a_1}{1-r} = \dots$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น S_n ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมจะ

.....

อนุกรมอนันต์ที่กำหนดให้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก

.....

7) จากข้อ 1) – 6) จะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

กำหนดให้อนุกรมเรขาคณิตมี a_1 เป็นพจน์แรกและ r เป็นอัตราส่วนร่วม

- ถ้า $|r| < 1$ แล้ว
- ถ้า $|r| \geq 1$ แล้ว

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง ผลบวกอนุกรมอนันต์

คำชี้แจง จงพิจารณาว่าอนุกรมต่อไปนี้เป็นอนุกรมลู่เข้าหรือลู่ออก ถ้าเป็นอนุกรมลู่เข้าจงหาผลบวกของอนุกรม

1) $5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \dots + \frac{5}{2^{n-1}} + \dots$

2) $\frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$

3) $1 - \frac{2}{5} + \frac{4}{25} - \frac{8}{125} + \dots + \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1} + \dots$

4) $\frac{2}{7} + \frac{2}{49} + \frac{2}{343} + \dots + \frac{2}{7^n} + \dots$